Mathématiques

Prérequis pour bien commencer vos études
en école supérieure technique

Les formations en école supérieure sont, comme vous le savez, prévues pour des étudiantes et étudiants ayant suivi une formation menant au CFC. Vous avez donc déjà en vous tous les atouts pour réussir, moyennant que vous vous mettiez au travail. Il est rare, pour ne pas dire impossible, que les étudiant-e-s réussissent sans un investissement personnel.

Dès que vous commencerez vos études à l'école supérieure, vous constaterez que le rythme des cours est beaucoup plus rapide que ce que vous connaissiez en apprentissage. Tous les jours de la semaine sont des jours de cours, et la quantité de matière à assimiler est plus grande. Ne vous laissez pas distancer ! Il devient vite difficile de combler les retards.

Dans la plupart des formations CFC, les cours de connaissances scientifiques, dont les mathématiques, ne sont donnés que durant les premières années de formation. Malgré un très rapide rappel de ces notions, le temps ne vous permettra ni de comprendre ce que vous n'aviez pas compris, ni d'essayer de vous en souvenir.

De plus, les mathématiques seront employées dans de nombreuses branches et applications pratiques liées à votre métier. De fait, elles constituent un outil de travail indispensable vous permettant de poursuivre des études :

Les bases doivent être maîtrisées avant d'entamer des études supérieures.

L'objet de ce document est de vous donner une indication du niveau d'entrée attendu et de vous permettre de **réviser** en préparation de votre arrivée à l'école supérieure. Les notions sont simples et vous devriez pouvoir combler d'éventuelles lacunes avec vos supports de cours d'apprentissage CFC, ou avec l'aide d'une personne de vos relations (étudiant, parent, ...).

Ne vous trompez pas vous-même : vous devez être capable de faire tous les exercices qui suivent et pas seulement penser que vous sauriez les faire si vous vous y mettiez !

Table des matières :

1 Notions mathématiques à maîtriser

Nous vous recommandons de réviser les notions mathématiques suivantes :

- Ensemble de nombres **N, Z, Q et R**
- Opérations et hiérarchie des opérations
- Fractions et opérations sur les nombres rationnels : addition, soustraction, multiplication et division
- Calcul avec les puissances de 10
- Opérations sur les polynômes: addition, multiplication, réduction
- Représentation graphique des fonctions du premier degré
- Equations du premier degré
- Systèmes d'équations
- Transformations de formules (calcul littéral)
- Trigonométrie du triangle rectangle

2 Quelques rappels sur les notions de base

2.1 Les ensembles de nombres

Ensemble des nombres naturels ou entiers naturels :

N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ………… }

Ensemble des nombres entiers relatifs :

Z = { ….. - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, ……… }

Ensemble des nombres rationnels ou nombres fractionnaires :

Q = Ensemble des nombres pouvant s'écrire sous la forme m / n où m et n non nul appartiennent à Z

Ensemble des nombres réels :

R = Ensemble des nombres entiers, relatifs, rationnels et irrationnels

2.2 Hiérarchie des opérations

Dans le cas d'opérations combinées, l'ordre de calcul doit être le suivant :

En premier : **parenthèses**

En deuxième : **puissances et racines carrées** (de gauche à droite s'il y a deux ou plus)

En troisième : **multiplications et divisions** (de gauche à droite s'il y a deux ou plus)

En quatrième : **additions et soustractions**

2.3 Les fractions

2.3.1 Addition et Soustraction :

Si les fractions ont des dénominateurs différents, on amplifie les fractions de telle façon à obtenir un **dénominateur commun**, puis on additionne, respectivement on soustrait, les numérateurs.

2.3.2 Multiplication :

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

2.3.3 Division :

On multiplie la fraction du numérateur par l'inverse de la fraction du dénominateur. Lorsque c'est possible, on simplifie les fractions avant de faire les multiplications.

2.4 Calcul avec les puissances de 10

2.4.1 Définition

On appelle puissance de 10 le nombre noté 10^n avec n appartient à **Z.**

2.4.2 Propriétés des puissances

Les propriétés des puissances sont applicables aux puissances de 10.

Si m et n appartiennent à **Z**, et a et b appartiennent à **R** :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \; avec \; b \neq 0$$

2.4.3 Notation scientifique

Un nombre décimal positif est écrit en notation scientifique s'il est écrit sous la forme $\boldsymbol{a \cdot 10^n}$ où : $1 \leq a < 10$ et n appartient à **Z**.

2.5 Opérations sur les polynômes

2.5.1 Définitions

Un **monôme** est un nombre réel, une lettre ou une expression qui résulte d'une multiplication de nombres réels et de lettres.

Des **monômes semblables** sont des monômes qui ont la même partie littérale.

Un **polynôme** est une somme de monômes. Les monômes qui composent le polynôme sont appelés les **termes** du polynôme.

2.5.2 Réduction, ordonnancement, addition et multiplication de polynômes

Réduire un polynôme, c'est associer puis additionner (ou soustraire) ses monômes semblables

Ordonner un polynôme, c'est écrire ses termes dans l'ordre croissant ou décroissant des degrés par rapport à l'une des lettres qu'il contient.

Pour **additionner** (ou soustraire) deux polynômes, on associe puis additionne (ou soustrait) les monômes semblables de ces deux polynômes.

Pour **multiplier** deux polynômes, on multiplie chaque terme du premier par chaque terme du second, puis on réduit la somme obtenue.

2.6 Représentation graphique des fonctions

Pour représenter graphiquement une fonction, il faut tout d'abord prévoir un système d'axes **gradués** en relation avec la fonction à représenter.

Les fonctions du premier degré sont de la forme : **f (x) = a x + b**

Le tracé représente une droite dont la pente vaut **a** et l'ordonnée à l'origine vaut **b**.

Lorsque la fonction f (x) **coupe** l'axe OX, on peut lire la valeur de x donnant la **solution** de l'équation **f (x) = 0.**

2.7 L'équation du premier degré

Elle est du 1er degré parce que l'inconnue est à la **puissance 1**. Elle peut prendre beaucoup de formes différentes et peut se ramener à la forme **x = -b/a**.

L'objectif est **d'isoler** l'inconnue dans l'un des membres de l'équation tout en **respectant la hiérarchie** des opérations.

Le **signe égal** est comme le pivot d'une balance ; pour que la balance reste à l'équilibre, on doit ajouter ou enlever les mêmes poids à gauche ou à droite.

On peut donc **transformer** l'équation de départ en une équation **équivalente** en exécutant les mêmes opérations dans les deux membres de l'équation.

On arrête le processus lorsque l'inconnue est isolée.

2.8 Systèmes d'équations

Une équation à plusieurs inconnues a généralement une infinité de solutions. Les problèmes nous conduisent le plus **souvent** à des systèmes qui ont le **même nombre d'équations que d'inconnues**.

Un système d'équation est la **conjonction** de deux ou plusieurs équations.

Résoudre un système d'équations, c'est trouver l'ensemble des valeurs numériques que peuvent prendre les inconnues, telles que si on remplace les inconnues par ces valeurs, toutes les égalités du système sont vérifiées.

Deux systèmes d'équations sont **équivalents** s'ils ont le même ensemble de solutions.

Il existe fondamentalement **deux méthodes** pour obtenir un système d'équations équivalent :

- Méthode d'**addition** (ou de combinaison linéaire)

Remplacer l'une des équations du système par une combinaison linéaire des équations de ce système, le facteur de l'équation remplacée étant différent de zéro.

- Méthode de **substitution**

Expliciter une inconnue en fonction des autres à partir de l'une des équations du système. Remplacer dans toutes les autres équations du système cette inconnue par son expression.

2.9 Transformation de formules

Les formules mathématiques sont diverses et nombreuses. Il n'est pas nécessaire de toutes les connaître. Certaines formules de base doivent être connues par cœur, mais une infinité d'autres formules peuvent être déduites de ces formules de base.

Les deux principes fondamentaux à respecter lors de ces transformations sont :

- La signification du signe « = »

A tout moment, les unités à gauche et à droite du signe « = » doivent être cohérentes, c'est-à-dire être composées de grandeurs de même nature.

- La hiérarchie des transformations.

Les transformations de formules suivent les mêmes règles que la hiérarchie des opérations, mais en sens inverse. Ce qui est calculé en premier, est transformé en dernier !

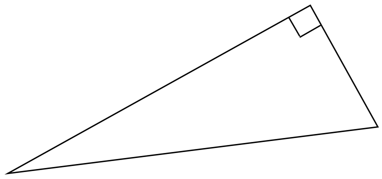
2.10 Trigonométrie du triangle rectangle

2.10.1 Définitions

Un triangle rectangle possède un angle droit.

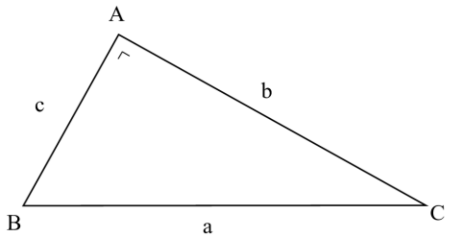
Les deux côtés de l'angle droit sont appelés **cathètes**, le dernier côté est appelé **hypoténuse**.

Les deux autres angles sont complémentaires.



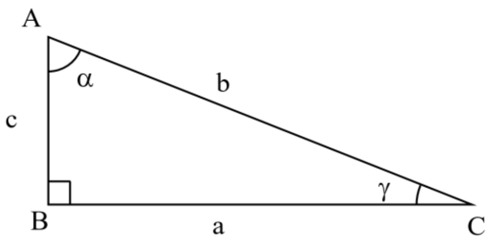
2.10.2 Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, la somme des carrés des côtés de l'angle droit est égale au carré de l'hypoténuse.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

2.10.3 Formules de trigonométrie dans le triangle rectangle



Le sinus d'un angle dans un triangle rectangle est égal au rapport entre la longueur du cathète opposé à l'angle considéré et la longueur de l'hypoténuse :

$$\sin\alpha = \frac{a}{b}\ ;\ \sin\gamma = \frac{c}{b}$$

Moyen mnémotechnique : Sin-Opp-Hyp

Le cosinus d'un angle dans un triangle rectangle est égal au rapport entre la longueur du cathète adjacent à l'angle considéré et la longueur de l'hypoténuse :

$$\cos\alpha = \frac{c}{b}\ ;\ \cos\gamma = \frac{a}{b}$$

Moyen mnémotechnique : Cos-Adj-Hyp

La tangente d'un angle dans un triangle rectangle est égale au rapport entre la longueur du cathète opposé et celle du cathète adjacent à l'angle considéré.

$$\tan\alpha = \frac{a}{c}\ ;\ \tan\gamma = \frac{c}{a}$$

Moyen mnémotechnique : Tan-Opp-Adj

Remarque : $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

3 EXERCICES

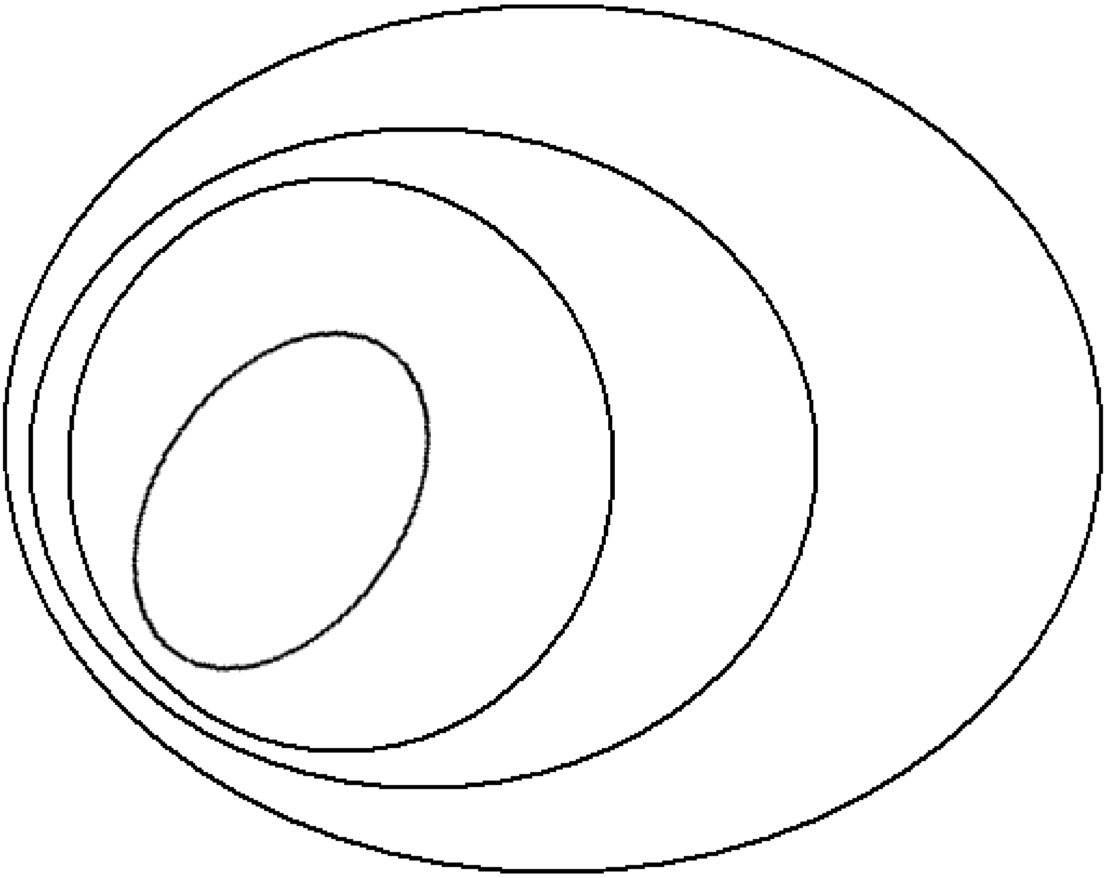
!!! à exécuter sans machine à calculer !!!

3.1 Les ensembles de nombres

Identifier les 4 catégories de nombres N, Z, Q et R dans le graphique, puis placer dans le bon ensemble les résultats des opérations ci-dessous.

La deuxième ligne permet d'écrire le résultat de l'opération de la 1ère ligne lorsque c'est possible.

π	1.75	-8	$\sqrt[3]{-8}$	$\frac{2}{4}$	3^{-2}	2^0	$\frac{-6}{4}$	e	$\sqrt{4}$	2^4	$\sqrt{3}$



3.2 Hiérarchie des opérations

Effectuer les opérations ci-dessous en respectant la hiérarchie des opérations.

a) $2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 - 6 \cdot 5 =$

b) $2 \cdot (3 + 4) \cdot 5 - 6 \cdot 5 =$

c) $3 \cdot 2^3 - \sqrt{16} \cdot 3 + 4 \cdot 2 =$

d) $\frac{5+3}{8} \cdot 3 - (4 - 6) =$

e) $\frac{-(-5^2+3)}{\sqrt[3]{8}} \cdot 3 - 4 \cdot \left(4 - (-6)^2\right) =$

f) $2^2 + \sqrt{2 \cdot (6 - 2 \cdot 2)} + 3 \cdot (5 - 7)^2 - \left[2 \cdot (-2 + 1)^2\right] + (-4)^2 - 2 \cdot 3 =$

g) $\frac{-(2^3 \cdot 4 + 1 - 3)}{2 \cdot 3} - 2 \cdot [(-1)^3 \cdot 4 + 3 - 4 \cdot (-2) - 8]^2 \cdot \frac{3}{2} =$

3.3 Les fractions

Effectuer les calculs et réduire les fractions à la plus simple expression

a) $\frac{1}{12} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{1}{4} =$

b) $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{3} =$

c) $\left[\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right] \cdot 4 =$

d) $\frac{\frac{1}{12} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{1}{4}} =$

e) $\left(\frac{2}{3} - \frac{5}{12} - \left(-\frac{7}{8}\right)\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} + \frac{3}{4}\right) =$

f) $\frac{6 - \left(\frac{5}{21} - \frac{2}{3}\right)}{2 - \left(\frac{5}{12} - \frac{4}{3}\right)} =$

g) $\frac{5}{3} \cdot \left(-\frac{7}{21}\right) \cdot \left(+\frac{15}{35}\right) =$

3.4 Calcul avec les puissances de 10

Effectuer le calcul suivant en utilisant les puissances de 10. Le résultat final s'exprimera par un nombre entier, multiplié par une puissance de 10.

a) $\frac{0{,}02 \cdot 100}{0{,}00002} =$

b) $\frac{0{,}5 \cdot 20}{0{,}005} =$

c) $\frac{0{,}004 \cdot 20}{0{,}0008} =$

$\boldsymbol{d)}\quad \dfrac{4900000\cdot 0,5}{0,0007\cdot 50}=$

$\boldsymbol{e)}\quad \dfrac{700\cdot 0,00025}{10000}=$

$\boldsymbol{f)}\quad \dfrac{0,0005\cdot 0,25}{25000}=$

3.5 Opérations sur les polynômes

Réduire les polynômes suivants :

$\boldsymbol{a)}\ [x^3+y^3-(3x^2y+3xy^2)]-[(x^3-3x^2y)-(3xy^2-y^3)]$

$\boldsymbol{b)}\ (x+2y-6x)-[3y-(6x-6y)]-[(x-3y)-(2x+5y)]$

$\boldsymbol{c)}\ 7a-\{-3a-[4a-(5a-2b)]-(-3b+2a)\}$

$\boldsymbol{d)}\ [2x-(3y+z-2)]-[(2x-3y)+(z-2)]+[2x-(3y+z)-2]-[(2x-3y+z)-2]$

$\boldsymbol{e)}\ 2a^2-[2b^2-(a^2+b^2)]-\{5b^2-[3a^2+(b^2-2a^2)]\}$

Effectuer les calculs suivants. Réduire et ordonner votre résultat.

$\boldsymbol{f)}\ (2x+5)(3x-7)=$

$\boldsymbol{g)}\ (4x-3y)(x-5y)=$

$\boldsymbol{h)}\ (x+1)(2x^2-2)(x^3+5)=$

$\boldsymbol{i)}\ (3u-1)(u+2)+7u(u+1)=$

$\boldsymbol{j)}\ (7x-4)(x^3-x^2+6)=$

3.6 Représentation graphique des fonctions

Exercice avec une fonction du premier degré

A) Dessiner la droite qui passe par les points p_1 (- 8 ; 3) et p_2 (4 ; -5).

B) Donner l'équation de cette droite graphiquement ou par l'algèbre.

3.7 Equation du premier degré

Résoudre les équations du premier degré

a) $\mathbf{x+3=2\cdot x+4}$

b) $\mathbf{8\cdot x-3=6-x}$

c) $\mathbf{3\cdot x-(8-x)=0}$

d) $\mathbf{x-[(3-6\cdot x)-(12\cdot x-9)]=x+15}$

e) $\mathbf{x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=11}$

f) $\mathbf{3\cdot x-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{5}+6\right)=25+\frac{3\cdot x}{2}}$

g) $\frac{5\cdot x-1}{7}-\frac{9\cdot x-7}{5}+\frac{9\cdot x-5}{11}=0$

h) $9\cdot\left(\frac{7\cdot x}{2}-3\right)=5\cdot(1-\frac{x}{10})$

i) $\frac{5}{6}\cdot(3\cdot x-7)=\frac{3}{4}\cdot x+4+\frac{2}{3}$

J) $\frac{1}{8}=\frac{6\cdot x+7}{8}-\frac{x+1}{2}+\frac{4-3\cdot x}{5}$

3.8 Systèmes d'équations

Résoudre les systèmes d'équations

a) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x=4-y \\ y=2\cdot x-5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+\frac{2y}{3}=7 \\ x-y=2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x+y}{2}-y=\frac{1}{2} \\ 2x-\frac{x-y}{2}+\frac{5}{2}=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x-1}{2}+\frac{y-2}{4}=1 \\ \frac{x-3}{3}-\frac{y+2}{2}=-2 \end{cases}$

3.9 Transformation de formules

Transformations de formules

a) $L_2=L_0\cdot(1+\alpha\cdot\Delta T)$ **sortir** α

b) $a=\frac{v_f-v_i}{\Delta t}$ **sortir** v_i

c) $V=\pi\cdot h^2\left(r-\frac{h}{3}\right)$ **sortir** r

d) $\theta_f=\frac{m_1\cdot\Delta\theta_1+m_2\cdot\Delta\theta_2}{m_1+m_2}$ **sortir** m_2

e) $A=\frac{\pi}{4}(d_1^2-d_2^2)$ ***sortir*** d_1

f) $Z=\sqrt{R^2+X_L^2}$ ***sortir*** R

g) $\rho=\frac{\rho_0}{1+3\alpha\cdot\Delta\theta}$ ***sortir*** α

h) $F_A=V_1\cdot\rho_1\cdot g+V_2\cdot\rho_2\cdot g$ ***sortir*** g

i) $R_V=\frac{V_A-V_E}{V_E}$ ***sortir*** V_E

$\boldsymbol{j)} \quad \dfrac{1}{R_{tot}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} \qquad \boldsymbol{sortir\ R_1}$

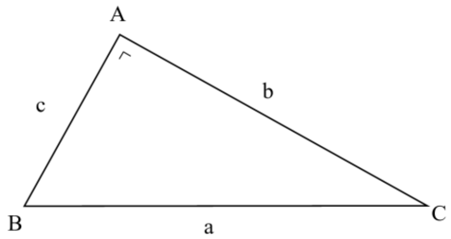
$\boldsymbol{k)} \quad R_A = \dfrac{U - R_1 \cdot I_1}{I_1} \qquad \boldsymbol{sortir\ I_1}$

$\boldsymbol{l)} \quad \cos(\varphi) = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + (X_c - X_L)^2}} \qquad \boldsymbol{sortir\ X_L}$

3.10 Trigonométrie du triangle rectangle

Compléter le tableau suivant :

a	b	c
5	**?**	3
13	5	**?**
?	8	6
17	15	**?**
?	16	12



4 Réponses des exercices :

4.1 Les ensembles de nombres

$\mathbf{N} \rightarrow \{\sqrt{4}, 2^0, 2^4\}$; $\mathbf{Z} \rightarrow \{-8, \sqrt[3]{-8}\}$; $\mathbf{Q} \rightarrow \left\{\frac{2}{4}, \frac{7}{4}, 3^{-2}, \frac{-6}{4}\right\}$; $\mathbf{R} \rightarrow \{\pi, e, \sqrt{3}\}$

4.2 Hiérarchie des opérations :

a) -4 ; b) 40 ; c) 20 ; d) 5 ; e) 161 ; f) 26 ; g) -8

4.3 Les fractions :

a) 2 ; b) 1 ; c) $\frac{3}{2}$; d) $\frac{-7}{15}$; e) $-\frac{27}{2}$; $f)$ $\frac{108}{49}$; $g)$ $-\frac{5}{21}$

4.4 Calcul avec les puissances de 10

$a)$ 10^5 ; $b)$ $2 \cdot 10^3$; $c)$ 10^2 ; $d)$ $7 \cdot 10^7$; $e)$ $175 \cdot 10^{-7}$; $f)$ $5 \cdot 10^{-9}$

4.5 Opérations sur les polynômes

$a)$ 0 ; $b)$ $2x + y$; $c)$ $11a - b$; $d)$ $-4z + 4$; $e)$ $-5b^2 + 4a^2$

$f)$ $6x^2 + x - 35$; $g)$ $4x^2 - 23xy + 15y^2$; $h)$ $2x^6 + 2x^5 - 2x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 10x - 10$

$i)$ $10u^2 + 12u - 2$; $j)$ $7x^4 - 11x^3 + 4x^2 + 42x - 24$

4.6 Représentation graphique des fonctions

$$y(x) = \frac{-2}{3} \cdot x - \frac{7}{3}$$

4.7 Equations du premier degré :

a) $x = -1$; b) $x = 1$; c) $x = 2$; d) $x = \frac{3}{2}$; e) $x = 6$; f) $x = 20$

g) $x = 3$; h) $x = 1$; i) $x = 6$; j) $x = 3$

4.8 Systèmes d'équations :

a) $\{x = 3, y = 2\}$; b) $\{x = 3, y = 1\}$; $c)$ $\{x = 5, y = 3\}$;

$d)$ $\{x = -1, y = -2\}$; $e)$ $\{x = 3, y = 2\}$

4.9 Transformations de formules :

a) $\alpha = \frac{L_2 - L_0}{L_0 \cdot \Delta T}$

b) $v_i = v_f - a \cdot \Delta t$

c) $r = \frac{3 \cdot V + \pi \cdot h^3}{3 \cdot \pi \cdot h^2}$

d) $m_2 = \frac{m_1 \cdot (\Delta\theta_1 - \theta_f)}{\theta_f - \Delta\theta_2}$

$e)$ $d_1 = \sqrt{\frac{4A}{\pi} + d_2^2}$

$f)\quad R = \sqrt{Z^2 - X_L^2}$

$g)\quad \alpha = \dfrac{\rho_0 - \rho}{\rho \cdot 3 \cdot \Delta\theta}$

$h)\quad g = \dfrac{F_A}{V_1 \cdot \rho_1 + V_2 \cdot \rho_2}$

$i)\quad V_E = \dfrac{V_A}{R_V + 1}$

$j)\quad R_1 = \dfrac{R_{Tot} \cdot R_2}{R_2 - R_{Tot}}$

$k)\quad I_1 = \dfrac{U}{R_A + R_1}$

$l)\quad X_L = X_C - \sqrt{R^2\left(1 - \dfrac{1}{cos^2\varphi}\right)}$

4.10 Trigonométrie du triangle rectangle

a	b	c
5	**4**	3
13	5	**12**
10	8	6
17	15	**8**
20	16	12